

PS2315 Abril-Julio 2016

Dpto. Procesos y Sistemas

Universidad Simón Bolívar

Tarea 7 (segunda parte)

- Leer Kamen y Heck: capítulo 11
- Fecha de entrega: viernes, 6 de junio a las 9:30 am en Dpto. Procesos y Sistemas.
- Nota: i) Cada tarea debe estar plenamente identificada con Nombre, Apellido y Carnet.. ii) en cada problema debe mostrarse tanto su enunciado como su solución, ambas bien redactadas y nítidamente presentadas. iii) las tareas son individuales (pueden discutir entre ustedes las soluciones; sin embargo, no se aceptarán soluciones o argumentos "idénticos"). Violación a esta regla implicará NOTA CERO a todos los involucrados sin derecho a reclamo alguno. iv) Todos los problemas que implican uso de Scilab son obligatorios (de lo contrario tendrán CERO en la tarea).

PARTE 1.

1. Considere el sistema hidráulico P : "Dos tanques interconectados de igual área transversal A " mostrado en la figura

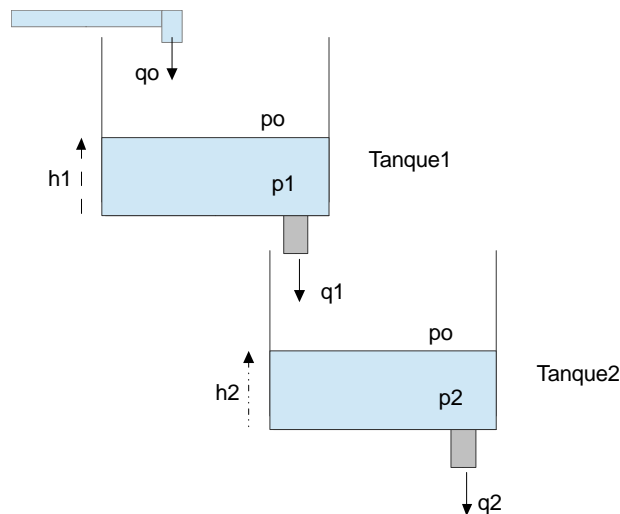


Figure 1: Sistema Hidráulico

Por una tubería se descarga al primer tanque cierto líquido (posiblemente agua) con un caudal de q_0 litros/seg. Dicho tanque tiene un orificio en el fondo (una válvula o llave de salida) a través del cual fluye el líquido al segundo tanque con un caudal de q_1 litros/seg. Además hay una descarga del segundo tanque con un caudal de q_2 litros/seg. Se considera como entrada al sistema $U(t) = q_0(t)$ y como salida $Y(t) = h_2(t)$ la altura de líquido en el segundo tanque.

- (a) Se desea construir un modelo matemático que describa (aproximadamente) el comportamiento de dicho sistema P . Nos dicen que la naturaleza de los orificios o válvulas de salida en los tanques es tal que la diferencia de presión y los caudales están dadas por las siguientes relaciones no-lineales

$$\begin{aligned} q_1(t) &= \gamma \sqrt{p_1(t) - p_0} \\ q_2(t) &= \gamma \sqrt{p_2(t) - p_0} \end{aligned}$$

donde γ es una constante que depende de la geometría del orificio, p_0 presión externa (atmosférica), y $p_i(t)$ es la presión del líquido en el fondo del tanque $i = 1, 2$. Las relaciones entre las presiones p_1, p_2 y las alturas del líquido h_1, h_2 en cada tanque son

$$\begin{aligned} p_1(t) &= \rho g h_1(t) + p_0 \\ p_2(t) &= \rho g h_2(t) + p_0 \end{aligned}$$

donde ρ es la densidad del líquido y g es la constante de gravedad. Para cada tanque, se tiene que la cantidad de líquido que entra menos la cantidad de líquido que sale debe ser igual a la cantidad acumulada (Ley de conservación de la materia). Por lo tanto, para el tanque 1, se tiene

$$\int_{-\infty}^t q_0(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^t q_1(\tau) d\tau = A h_1(t)$$

Defina como variables de estados a $X_1(t) = h_1(t)$ y $X_2(t) = h_2(t)$, y determine el modelo en variables de estados del sistema P

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} X(t) &= f(X, U, t) \\ Y(t) &= g(X, U, t) \end{aligned} \quad (1)$$

- (b) Determine el punto de equilibrio del sistema en términos del valor en régimen permanente o estacionario de la entrada Q_0 . O sea, halle X_0 e Y_0 .
- (c) Encuentre el modelo linealizado del sistema P alrededor del punto de equilibrio arriba determinado. Esto es, halle las matrices F, G, H, J en

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) + Ju(t) \end{aligned}$$

donde $U(t) = U_0 + u(t)$, $\|u\| \ll 1$, $X(t) = X_0 + x(t)$, $\|x\| \ll 1$, y $Y(t) = Y_0 + y(t)$, $\|y\| \ll 1$,

Observe como el modelo lineal depende del punto de operación y de los parámetros A, γ, ρ .

- (d) Determine el modelo lineal y nominal, en variables de estados, del sistema cuando $U_0 = 3$, y los valores nominales de los parámetros son tales que

$$\begin{aligned} A^* &= 1 \\ \gamma^* &= \frac{1}{\sqrt{g}} \\ \rho^* &= 1 \end{aligned}$$

- (e) Determine y grafique (use Scilab) las trayectorias de estados y de salida del sistema linealizado cuando $x(0) = 0$ y se aplica $u(t) = 0.1esc(t)$.
- (f) Grafique (use Scilab) $X_1(t)$, $X_2(t)$ e $Y(t)$ (determinadas por el modelo lineal nominal por Ud obtenido)
- (g) Simule el sistema no lineal (nominal) en Xcos de Scilab, esto es, simule P dado por (1) con $X(0) = X_0 + x(0)$ y $U(t) = U_0 + u(t)$ (de la parte (e) y con los parámetros de la parte (d)) y compare con los resultados obtenidos en la parte anterior. ¿A qué se deben las posibles diferencias)?

PARTE II

1. Resuelva los problemas 11.21 (Use Scilab para (h)), 11.30, 11.29, 11.33 y 11.36